

ІНСТИТУТУ ПРОБЛЕМ РЕЄСТРАЦІЇ ІНФОРМАЦІЇ НАН УКРАЇНИ

Кузьмичов А. І.

# **ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ**

*МОДЕЛЮВАННЯ ЗАСОБАМИ  
MS EXCEL*

Навчальний посібник

Видавництво Ліра-К  
Київ - 2017

УДК 519.86:004.67Excel](075)  
ББК 22.18я73+32.973.26-018.2я73  
К 89

**Р е ц е н з е н т и:**

**Васильєв В. В.** – заслужений діяч науки України, чл.-кор. НАН України, д-р техн. наук, професор (Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України)

**Вітлінський В. В.** – зав. кафедри економіко-математичного моделювання, д-р екон. наук, професор (ДВНЗ «КНЕУ ім. Вадима Гетьмана»)

*Рекомендовано до друку Вченою радою  
Інституту проблем реєстрації інформації НАН України  
(Протокол № 2 від 2.02. 2016 р.)*

**Кузьмичов А. І.**

**К 89 Оптимізаційні методи і моделі.** Моделювання засобами MS Excel: навчальний посібник. – К.: Видавництво Ліра-К, 2017. – 215 с.

ISBN 978-617-720-03-5

На прикладах розв’язання біля 100 оптимізаційних задач різного типу демонструється техніка формування, аналізу, прийняття та супроводження управлінських рішень шляхом побудови й реалізації відповідних оптимізаційних моделей в середовищі електронних таблиць Excel із застосуванням вбудованого стандартного засобу – спеціалізованої програмної надбудови-обчислювача Excel Solver (Поиск решения).

Інтелектуальна інформаційна технологія оптимізаційного моделювання вивчається у нормативній дисципліні «Оптимізаційні методи і моделі» та споріднених із нею дисциплінах, які викладаються для студентів з менеджменту, економіки, комп’ютерних наук та інженерії: «Математичне програмування», «Дослідження операцій», «Економіко-математичне моделювання», «Економічна кібернетика», «Операційний менеджмент», «Чисельні методи та комп’ютерне моделювання», «Моделювання та оптимізація технологічних процесів» тощо (найближчий англomовний аналог – Management Science). У цьому виданні засоби MS Excel використовуються як доступний й ефективний інструментар підтримки цієї технології.

Посібник адресовано студентам, аспірантам та слухачам програм MBA для самостійних занять. Для менеджерів-практиків це посібник-довідник для створення власних кількісних моделей й їх застосування для формування зважених й обґрунтованих управлінських рішень.

Посібник складається з двох частин: паперова частина (ця книжка) містить матеріал, що застосовується на лекціях та електронна частина (задачі) використовується на практичних заняттях й у самостійній роботі.

ISBN 978-617-720-03-5

УДК 519.86:004.67Excel](075)  
ББК 22.18я73+32.973.26-018.2я73

© А. І. Кузьмичов, 2016

© Видавництво «Ліра-К», 2016

# ЗМІСТ

Передмова .....	6
<b>РОЗДІЛ 1. ЛІНІЙНА ОПТИМІЗАЦІЯ: ЗАДАЧІ, МОДЕЛІ, МЕТОДИ, ТЕХНОЛОГІЯ .....</b>	<b>11</b>
<b>Глава 1. Основи ОММ: алгебраїчні та геометричні методи та моделі .....</b>	<b>11</b>
Лінійні рівняння .....	22
Задача 1.1. Побудова графіка лінійного рівняння з двома невідомими	
Системи лінійних алгебраїчних рівнянь .....	23
Задача 1.2. Розв'язати СЛАР графічним методом .....	25
Задача 1.3. Розв'язати визначену СЛАР методом Крамера .....	29
Задача 1.4. Розв'язати визначену СЛАР методом із формуванням оберненої матриці.....	31
Задача 1.5. Розв'язати визначену СЛАР методом віртуальної оберненої матриці ....	32
Задача 1.6. Розв'язати визначену СЛАР із використанням надбудови «Поиск решения» .....	33
Система лінійних алгебраїчних нерівностей, формування й розв'язання недовизначеної СЛАР.....	36
Задача 1.7. Розв'язати недовизначену СЛАР графічним методом.....	37
Задача 1.8. Розв'язати недовизначену СЛАР з використанням <i>Поиск решения</i> .....	38
Задача 1.9. Розрахунок електричного ланцюга .....	39
Задача міжгалузевго балансу (МГБ).....	40
Задача 1.10. Розв'язати класичну задачу МГБ .....	43
Задача 1.11. Розв'язати задачу МГБ («від валу») .....	48
Задача 1.12. Розв'язати задачу МГБ (варіант «змішаний») .....	48
Задача 1.13. Розв'язати виробничо-ресурсну задачу .....	52
Розв'язання перевизначеної системи лінійних рівнянь .....	53
Задача 1.14. Розв'язати перевизначену СЛР матричним методом.....	54
Задача 1.15. Розв'язати перевизначену СЛР графічним методом.....	55
<b>Глава 2. Лінійне програмування: графічний та симплекс-метод. Моделі векторних задач лінійної оптимізації .....</b>	<b>59</b>
Задача 2.1. Про оптимальний план ( $n = 2$ ): графічний метод .....	66
Задача 2.2. Про оптимальний план: симплекс-метод.....	71
Задача 2.3. Розв'язання прямої й двоїстої задач (без звіту <i>Устойчивость</i> ).....	77
Задача 2.4. Пошук оптимального плану виробництва при обмеженні на суму витрат для ресурсів .....	78
Задача 2.5. Про оптимальну суміш (раціон) .....	80
Задача 2.6. Задача про оптимальний баланс .....	81
Параметричний аналіз.....	83
Задача 2.7. Про оптимальний баланс (параметр – потужність 4-го цеху) .....	85
Задача 2.8. Планування інвестицій за критерієм максимізації доходу .....	86
Задача 2.9. Про оптимальний план виробництва (параметр – коефіцієнти ЦФ) .....	87
<b>Глава 3. Лінійні моделі матричних та змішаних оптимізаційних задач .....</b>	<b>88</b>
Задача 3.1. Класична задача Канторовича про верстати .....	92
Задача 3.2. Класична задача Фантресту .....	93

Задача 3.3. Класична транспортна задача.....	94
Задача 3.4. Метод «північно-західного кута» .....	97
Задача 3.5. Метод «мінімального елемента».....	97
Задача 3.6. Симплекс-метод.....	97
Задача 3.7. Про оптимальне прикріплення (транспортна задача на максимум).....	97
Задача 3.8. Транспортна задача з обмеженням пропускної здатності.....	100
Задача 3.9. Транспортна задача з проміжними пунктами.....	100
Задача 3.10. Логістична задача «виробництво-база-споживач».....	101
Задача 3.11. Змішана виробничо-транспортна задача.....	102
Задача 3.12. Задача «робити чи купувати».....	103
Задача 3.13. Розподіл однорідних ресурсів .....	105
Задача 3.14. Розподіл пропорційних ресурсів.....	107
Задача 3.15. Розподіл різних ресурсів.....	108
<b>Глава 4. Лінійні моделі задач потокової оптимізації.....</b>	<b>109</b>
Задача 4.1. Мережева транспортна задача.....	110
Задача 4.2. Про найкоротший шлях і дерево НКШ .....	113
Задача 4.3. Про максимальний потік/мінімальний переріз.....	115
Задача 4.4. Про потік мінімальної вартості між вузлами $s$ та $t$ .....	117
Задача 4.5. Задача комівояжера .....	118
Управління проектом за мережевою моделлю .....	122
Задача 4.6. Розрахунок мережевого графіка (AoA).....	124
Задача 4.7. Формульний розрахунок мережевого графіка (AoN) .....	126
Задача 4.8. Формульний розрахунок мережевого графіка (AoA) .....	131
Задача 4.9. Про потоки у мережах з втратами/прибавками .....	132
Задача 4.10. Побудова дерева мінімального покриття.....	134
Задача 4.11. Наближений розв'язок задачі про МПД в Excel ( <i>Поиск решения</i> ).....	136
<b>РОЗДІЛ 2. НЕЛІНІЙНА ОПТИМІЗАЦІЯ:ЗАДАЧІ, МОДЕЛІ, МЕТОДИ .....</b>	<b>138</b>
<b>Глава 5. Моделі дискретного програмування. Метод «гілок і границь».....</b>	<b>142</b>
Задача 5.1. Про оптимальний план виробництва (ЦЛП).....	148
Задача 5.2. Про оптимальний машинний парк.....	148
Задача 5.3. Про рюкзак.....	149
Задача 5.4. Про призначення.....	150
Задача 5.5. Про розміщення контролерів .....	152
Задача 5.6. Про оптимальне розміщення технічних засобів дорожнього контролю..	153
Задача 5.7. Про оптимальний розкрій.....	154
Задача 5.8. Про надійні перевезення .....	155
Задача 5.9. Про водопровідника .....	156
Задача 5.10. Про оптимальний розклад .....	157
Задача 5.11. Транспортна задача з фіксованими доплатами .....	157
Задача 5.12. Оцінювання ефективності прийнятих інвестиційних рішень.....	159
Задача 5.13. Оптимізація з неопуклою і дискретною ОДР (умова “або-або”).....	160
<b>Глава 6. Моделі динамічної оптимізації.....</b>	<b>164</b>
Задача 6.1. Оптимальне планування грошових потоків із врахуванням ризик-фактору .....	167
Задача 6.2. Динамічна модель “виробництво-запаси” (векторна версія) .....	168
Задача 6.3. Про оптимальне управління запасами (“випуск-зберігання”) .....	170
Задача 6.4. Динамічна транспортна модель “виробництво-запаси” .....	170
Задача 6.5. Динамічна модель дивідендної політики акціонерного	

товариства .....	173
Задача 6.6. Про заміну машинного парку (мережева матрична версія).....	173
Задача 6.7. Задача про заміну техніки та обладнання (мережева векторна версія) .....	175
Глава 7. Максимізація/мінімізація нелінійної функції однієї змінної .....	176
Задача 7.1. Розв'язання нелінійного рівняння .....	177
Задача 7.2. Обчислення похідної функції однієї змінної в Excel.....	178
Задача 7.3. Максимізація функції з однією змінною (градієнтний метод).....	179
Задача 7.4. Управління запасом: задача про економічний розмір замовлення .....	180
<b>Глава 8. Моделі багатовимірної нелінійної оптимізації</b> .....	182
Задача 8.1. Розв'язання визначених систем нелінійних рівнянь .....	184
Задача 8.2. Метод множників Лагранжа .....	184
Задача 8.3. Про суміш (модель з неоднорідною розривною ЦФ).....	185
Задача 8.4. Про оптимальний план виробництва (НЛП) .....	186
Задача 8.5. Мінімізація ризику інвестиційного портфеля .....	187
Задача 8.6. Визначення середнього доходу ЦП та оцінок ризику .....	188
Задача 8.7. Управління запасами кількох продуктів.....	189
Задача 8.8. ABC-аналіз та його застосування для управління запасами.....	189
Дробово-лінійне програмування.....	191
Задача 8.9. Задача про оптимальне відношення двох процесів (ЛП).....	191
Задача 8.10. Про оптимальне відношення двох процесів (нелінійний підхід).....	192
Задача 8.11. Задача оптимального оцінювання однорідних одиниць .....	196
Задача 8.12. Задача вибору оптимальних геометричних розмірів конструкції.....	197
Задачі місцезнаходження та розміщення центрів обслуговування .....	197
Задача 8.13. Задача про оптимальний центр (метод тяжіння) .....	200
Задача 8.14. Задача про оптимальний центр (метод тяжіння, манхеттенська метрика).....	201
Задача 8.15. Задача про оптимальний центр (градієнтний метод) .....	203
Задача 8.16. Розподіл завдання між виконавцями.....	204
<b>Глава 9. Цільове, еволюційне та стохастичне програмування.</b>	
<b>Моделі багатокритеріальної та нелінійної оптимізації із     негладкою ЦФ</b> .....	206
Задача 9.1. Будівництво багатофункціонального об'єкту .....	208
Задача 9.2. Багатоцільове лінійне програмування .....	208
Задача 9.3. Про оптимальний центр: генетичний алгоритм .....	208
Задача 9.4. Задача комівояжера: генетичний алгоритм з обмеженнями alldifferent .....	209
Стохастичне програмування в Excel: організація економічних досліджень та прийняття рішень в умовах невизначеності й ризику .....	209
Задача 9.5. Задача про суміш (СП) .....	209
Використані джерела .....	210