ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА 7

РОЗДІЛ 1. РОЗРАХУНОК ГНУЧКИХ НИТОК 9
1.1. Уявлення про гнучкі нитки. Основні теоретичні відомості 9
1.2. **Задача №1.** Розрахунок гнучких ниток 16
1.2.1. Варіанти завдань 16
1.2.2. Допомога 21
1.2.3. Відповіді на запитання до задачі №1 28

РОЗДІЛ 2. РОЗРАХУНОК ГВИНТОВИХ ПРУЖИН 29
2.1. Гвинтові циліндричні пружини з малим кроком витка 29
2.2. Визначення об'єму пружини, необхідного для поглинання заданої енергії 31
2.3. Конічні гвинтові пружини з малим кроком витка 32
2.4. Гвинтові циліндричні пружини з великим кроком витка 33
2.5. **Задача №1.** Розрахунок гвинтових пружин 35
2.5.1. Варіанти завдань 35
2.5.2. Допомога 38
2.5.3. Відповіді на запитання до задачі №1 44

РОЗДІЛ 3. ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ТОНКОСТІННИХ СТЕРЖНІВ ПРИ ОБМЕЖЕНОМУ КРУЧЕННІ 45
3.1. Вільне і обмежене кручення. Гіпотези, внутрішні зусилля при обмеженому крученні 45
3.2. Поняття про центр згинання 48
3.3. Визначення деформації тонкостінного стержня при обмеженому крученні 52
3.4. Визначення нормальних напружень при обмеженому крученні. Секторіальні характеристики перерізу 56
3.5. Диференціальні залежності між внутрішніми силовими факторами при обмеженому крученні 59
3.6. Диференціальне рівняння деформацій при обмеженому крученні 60
3.7. Визначення дотичних напружень при обмеженому крученні 62
3.8. Визначення секторіальних площ. Епюри секторіальних площ 63
3.9. Визначення секторіальних геометричних характеристик перерізів 67
3.10. **Задача №1**. Розрахунок тонкостінних елементів конструкцій при обмеженому кручення 70
3.10.1. Варіанти завдань 70
3.10.2. Допомога 73
3.10.3. Відповіді на запитання до задачі №1 85

РОЗДІЛ №4. ПРОСТОРОВІ СТЕРЖНЕВІ СИСТЕМИ 86
4.1. Статично визначувані системи. Побудова епюр внутрішніх силових факторів 86
4.2. **Задача №1.** Розрахунок статично визначуваних стержнів з ламаною віссю 90
4.2.1. Варіанти заданий 90
4.2.2. Допомога 91
4.2.3. Відповіді на запитання до задачі №1 98
4.3. Статично невизначувані просторові стержневі системи 98
4.4. **Задача №2.** Розрахунок статично невизначуваних просторових стержневих систем 102
4.4.1. Варіанти завдань 102
4.4.2. Допомога 105
4.4.3. Відповіді на запитання до задачі 123

РОЗДІЛ 5. РОЗРАХУНОК БРУСА ВЕЛИКОЇ КРИВИЗНИ 125
5.1. Загальні поняття і гіпотези 125
5.2. Внутрішні силові фактори при згинанні плоских кривих брусів 126
5.3. Нормальні напруження в поперечних перерізах кривих брусів 128
5.4. Визначення радіуса кривизни нейтрального шару при чистому згинанні 133
5.5. Визначення переміщень при згинанні кривого бруса 138
5.6. **Задача №1.** Розрахунок кривих брусів 141
5.6.1. Варіанти завдань 141
5.6.2. Допомога 145
5.6.3. Відповіді на запитання до задачі №1 163

РОЗДІЛ 6. ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ЗА ГРАНИЧНИМИ СТАНАМИ 164
6.1. Основні поняття і визначення 164
6.2. **Задача №1**. Розрахунок статично невизначуваних систем при розтяганні і стисканні 166
6.2.1. Варіанти завдань 170
6.2.2. Допомога 172
6.2.3. Відповіді на запитання до задачі №1 175
6.3. **Задача №2.** Розрахунок валів при крученні за методом граничних станів 176
6.3.1. Варіанти завдань 178
6.3.2. Допомога 180
6.3.3. Відповіді на запитання до задачі №2 187
6.4. **Задача №3.** Розрахунок статично визначуваних балок за методом граничних станів 187
6.4.1. Варіанти завдань 191
6.4.2. Допомога 192
6.4.3. Відповіді на запитання до задачі №3 197

6.5. **Задача №4.** Розрахунок статично невизначуваних балок за методом граничних станів 198
6.4.1. Варіанти завдань 200
6.4.2. Допомога 203
6.4.3. Відповіді на запитання до задачі №4 208

РОЗДІЛ 7. КОНТАКТНІ НАПРУЖЕННЯ 209
7.1. Уявлення про контактні напруження 209
7.2. Загальний випадок контакту двох тіл 209
7.3. Деякі окремі випадки контактів тіл 216
7.4. Перевірка міцності при контактних напруженнях 219
7.5. **Задача №1.** Розрахунок елементів конструкцій на контактні напруження 221
7.5.1. Варіанти завдань 221
7.5.2. Допомога 223
7.5.3. Відповіді на запитання до задачі №1 229

РОЗДІЛ 8. ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ І ДЕТАЛЕЙ МАШИН НА ПОВЗУЧІСТЬ 230
8.1. Поняття про повзучість і релаксацію 230
8.2. Криві повзучості і релаксації 232
8.3. Функціональні залежності між основними параметрами повзучості 237
8.4. **Задача №1.** Розрахунок елементів конструкцій на повзучість 239
8.4.1. Варіанти завдань 243
8.4.2. Допомога 246
8.4.3. Відповіді на запитання до задачі №1 257

РОЗДІЛ 9. РОЗРАХУНОК ТОВСТОСТІННИХ ЦИЛІНДРІВ 258
9.1. Основні теоретичні відомості 258
9.2. Окремі випадки розрахунку товстостінних циліндрів 264
9.3. Уявлення про складені циліндри 266
9.4. Урахування температурних напружень при розрахунку товстостінних циліндрів 270
9.5. **Задача №1.** Розрахунок на міцність товстостінних циліндрів 272
9.5.1. Варіанти завдань 272
9.5.2. Допомога 278
9.5.3. Відповіді на запитання до задачі №1 306

РОЗДІЛ 10. РОЗРАХУНОК ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ, ЩО ВЗАЄМОДІЮТЬ З АГРЕСИВНИМ СЕРЕДОВИЩЕМ 308
10.1. Загальні відомості про корозію 308
10.2. Поняття про математичну модель корозійного руйнування конструкцій 309
10.3. **Задача №1.** Розрахунок елементів конструкцій при зовнішньому параметрі ушкодження 311

10.3.1. Розрахунок статично визначуваної ферми 311
10.3.2. Розрахунок тонкостінних оболонок, що піддаються впливу агресивного середовища 314
10.3.3. Розрахунок на довговічність елементів конструкцій, що взаємодіють з агресивним середовищем 318
10.3.4. Варіанти завдань 323
10.3.5. Допомога 327
10.3.6. Відповіді на запитання до задачі №1 338
10.4. Урахування деформування при математичному моделюванні процесу корозійного руйнування конструкцій 339
10.5. **Задача №2.** Розрахунок елементів конструкцій на довговічність з урахуванням впливу НДС на швидкість корозії 340
10.5.1. Розрахунок балки с урахуванням дії агресивного середовища 341
10.5.2. Розрахунок на довговічність тонкостінної оболонки, що зазнає руйнування в результаті водневого окрихчення 343
10.5.3. Варіанти завдань 346
10.5.4. Допомога 348
10.5.5. Відповіді на запитання до задачі №2 352

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ 353

ДОДАТОК А 354

ПЕРЕДМОВА

Реформи, що проводяться останнім часом в системі освіти, зокрема, в галузі вищої освіти, призначені для розвитку країни в соціальному, культурному, економічному житті, для розвитку науки, інженерної думки, виробництва і загалом суспільства. Все більше і більше прискорюється темп життя, збільшуються вимоги до випускників вищих навчальних закладів, все більше знань потрібно молодому фахівцеві, щоб адаптуватися в сучасному суспільстві. Між тим, аудиторний час для викладення фундаментальних і інженерних дисциплін постійно скорочується, багато розділів переводяться в ранг самостійної роботи. Все складніше стає утримувати планку на тому рівні, нижче за який вища освіта починає вироджуватися. Опір матеріалів, який є фундаментально. інженерною дисципліною для будівельників і машинобудівників, механіків і фахівців інших інженерних спеціальностей, покликаний розвивати мислення студентів, інженерне чуття, засноване на знанні. І чим глибшими і різносторонніми будуть ці знання, тим більш підготовленим буде фахівець, тим більше він буде здатний давати оцінку своїм діям і приймати правильні рішення. В умовах, що склалися у вищій освіті, завданням професорсько-викладацького складу є створення можливостей для самостійної роботи студентів, які бажають здобути повноцінну освіту, створенні сучасних підручників, посібників, навчальних систем, розвитку дистанційних форм навчання тощо.

В опорі матеріалів склався такий стан, що відведеного учбовими планами аудиторного часу ледве вистачає на те, аби навчити студентів вирішувати найбільш прості, типові задачі, передбачені програмою курсу. Не розглянутими залишаються цілі розділи, необхідні для підготовки майбутніх фахівців хоча б на понятійному рівні. Ці розділи, як правило, виносяться на самостійну роботу. Проте відсутність методики, доступної розумінню студента літератури, практичних прикладів робить цю роботу мало перспективною.

Дана книга включає такі розділи, як розрахунок гнучких ниток, розрахунок гвинтових пружин, розрахунок тонкостінних стержнів при обмеженому крученні, розрахунок просторових стержневих систем, розрахунок брусів великої кривизни, зокрема, арок, розрахунок елементів конструкцій за граничними станами, розв’язок задач на контактні напруження, розрахунок елементів конструкцій і деталей машин на повзучість, розрахунок товстостінних циліндрів, розрахунок конструкцій, що взаємодіють з агресивним середовищем. Кожний з розділів містить теоретичний матеріал з виведенням основних формул, необхідний довідковий матеріал. Далі наводяться варіанти розв’язку задач для самостійної роботи. При розв’язку цих задач пропонується багаторівневий принцип: задача розбиваються на етапи (рівні), орієнтуючи студента у потрібному напрямку. Кожний з етапів завершується чисельним розв’язком. В кінці розділу наводяться відповіді для кожного з рівнів. Звіряючи свій розв’язок з розв’язком, наведеним у відповідях, студент просувається від рівня до рівня відповідно до рекомендованої методики. В тому випадку, якщо студент не знає, як відповісти на

сформульоване питання, він може звернутися до підказок, де на подібних прикладах наводиться розв'язок задачі в багаторівневому режимі. Всього в книзі наведено 10 розділів, 17 задач, 71 варіант завдань для самостійної роботи, 107 покрокових підказок, 178 покрокових прикладів.

Пропоновану книгу можна розглядати як своєрідний тренажер для тих, хто хоче навчитися вирішувати спеціальні нетипові задачі з опору матеріалів. Книга може бути корисною не лише для студентів, що вивчають опір матеріалів, але і для інженерно-технічних працівників, магістрів, аспірантів, дослідження яких виконуються в будівельній механіці.

При складанні книги були використані матеріали, наведені в підручниках, посібниках і керівництвах, статтях з посиланням на авторів. Список використаної літератури наводиться в кінці книги.

Автор висловлює подяку професорові кафедри будівельної механіки і опору матеріалів Придніпровській державній академії і архітектури, д.т.н. Кваше Е.Н. і завідувачу кафедри інформаційних систем Українського державного хіміко-технологічного університету, д.т.н., професору Зеленцову Д.Г. за рецензування цієї книги і зроблені ними зауваження.

РОЗДІЛ 1

РОЗРАХУНОК ГНУЧКИХ НИТОК

1.1. Уявлення про гнучкі нитки. Основні теоретичні відомості

Гнучкими нитками називаються гнучкі елементи в лініях електропередач, в канатних дорогах, у підвісних мостах, контактних дротах електрофікованих залізниць і трамваїв і т.п. Гнучкі нитки зазнають лише деформацію розтягання. При цьому в поперечних перерізах гнучкої нитки виникає лише поздовжня сила.

Розглянемо гнучку нитку сталого перерізу, навантажену власною вагою і підвішену у двох точках, що перебувають на різних рівнях (Рис.1.1).

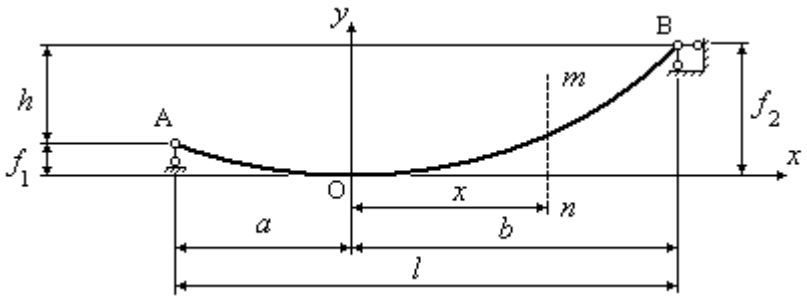

Рис. 1.1

Під дією власної ваги нитка провисає по деякій кривій лінії AOB. Положення точки B доки нам невідоме. Відповідно невідомі відстані a і b. Горизонтальна проекція відстані між опорами l називається *прольотом*. Літерами f_1 і f_2 позначені відстані по вертикалі від найбільш низької точки провисання до точок підвісу. Різницю рівнів точок підвісу позначимо літерою h. Оскільки нитка має сталий переріз, її вага розподілена рівномірно за її довжиною. У більшості випадків провисання нитки є незначним у порівнянні з її прольотом. В цьому випадку довжина хорди AC трохи відрізняється від довжини кривої ABC. У зв'язку з цим логічно припустити, що вага нитки рівномірно розподілена не за її довжиною, а за довжиною її проекції на горизонтальну вісь, тобто уздовж прольоту l. Інтенсивність рівномірно розподіленого навантаження уздовж прольоту нитки позначимо літерою q:

$$q = q_{\text{пр}} = \gamma \cdot A, \tag{1.1}$$

де $q_{\text{пр}}$ — вага одиниці довжини дроту; γ — питома вага (вага одиниці об'єму матеріалу); A — площа поперечного перерізу нитки.

В деяких випадках, наприклад, при обмерзанні ліній електропередач до складу цього навантаження окрім власної ваги може входити вага льоду або будь-яке інше навантаження, рівномірно розподілене уздовж нитки:

$$q = q_{\text{пр}} + q_{\text{л}}, \tag{1.2}$$

де $q_л$ — вага льоду на одиниці довжини дроту.

Товщину кірки льоду залежно від кліматичного району приймають рівною $0{,}5 – 2{,}5$ см.

Розрахунок нитки, виконаний з урахуванням введеної гіпотези про рівномірний закон розподілу навантаження за її довжиною виявляється наближеним. Проте похибка розрахунку залежно від умов провисання нитки складає від 0,3% до 5%. При точному розрахунку, коли навантаження розподілене уздовж нитки, крива провисання є ланцюговою лінією. При наближеному розрахунку крива провисання є квадратною параболою.

Розріжемо нитку перерізом $m – n$ на відстані x від початку координат, яке знаходиться у точці В (Рис.1.2). Нитка зазнає розтягання. Поздовжня сила H спрямована по дотичній до кривої провисання нитки у початку координат. З тієї ж причини поздовжня сила T також спрямована по дотичній до кривої провисання нитки в місці розрізу. Нитка навантажена рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності q. Рівнодійна розподіленого навантаження qx прикладена посередині ділянки (Рис.1.2).

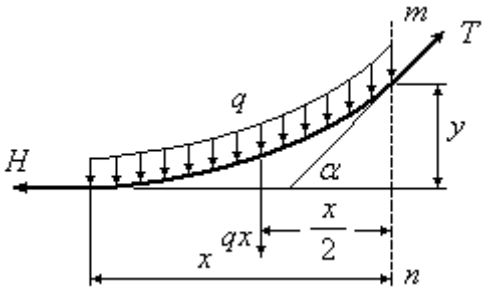

Рис. 1.2

Складемо рівняння рівноваги вирізаної ділянки нитки. Для цього візьмемо суму моментів всіх сил відносно точки прикладення сили T і прирівняємо нулю:

$$-H \cdot y + qx \cdot \frac{x}{2} = 0, \quad \text{звідки:} \quad y = \frac{qx^2}{2H}. \tag{1.3}$$

З рівняння (1.3) випливає, що крива провисання є параболою.

Розглянемо два випадки розташування точок підвісу нитки [1]:

Випадок №1. Точки підвісу знаходяться на одному рівні. В цьому випадку $f_1 = f_2 = f$. Величина f називається *стрілою провисання*. Скористаємося для її визначення виразом (1.3):

$$f = \frac{ql^2}{8H}, \tag{1.4}$$

оскільки для даного випадку, $a = b = \frac{l}{2}$, $x = b = \frac{l}{2}$ і $y = f$.

З виразу (1.4) знаходимо величину сили H:

$$H = \frac{ql^2}{8f}. \tag{1.5}$$

Таким чином, якщо відомі інтенсивність розподіленого навантаження q і величина натягу H, то за формулою (1.4) знаходимо стрілу провисання f. В тому випадку, якщо задані q і f, за формулою (1.5) знаходимо величину натягу H.

Встановимо зв'язок між довжиною підвішеної нитки s, прольотом l і стрілою провисання f. Довжину елемента кривої визначимо з виразу:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} dx.$$

Для пологої нитки величина $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ є малою у порівнянні з одиницею. Розкладаючи вираз $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$ в ряд за формулою бінома Ньютона і, обмежуючись першими двома членами розкладання, отримаємо:

$$ds = \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] dx. \tag{1.6}$$

Перша похідна від виразу (1.3) складає:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{qx}{H}. \tag{1.7}$$

Підставляючи вираз (1.7) у формулу (1.6), інтегруємо вираз (1.6) в межах від $x = 0$ до $x = \frac{l}{2}$ і, подвоюючи результат, отримуємо:

$$s = 2\int_0^{\frac{l}{2}} \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] dx = 2\int_0^{\frac{l}{2}} \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{qx}{H}\right)^2\right] dx = l\left(1 + \frac{q^2 l^3}{24H^2 l}\right). \tag{1.8}$$

Замінюючи величину натягу H, скориставшись виразом (1.5) і підставляючи у формулу (1.8), маємо:

$$s \approx l\left(1 + \frac{8f^2}{3l^2}\right). \tag{1.9}$$

Складемо ще одне рівняння рівноваги. Для цього спроектуємо всі сили, що діють на вирізану ділянку (Рис.1.2) на вісь x, і прирівняємо нулю:

$$-H + T\cos\alpha = 0, \quad \text{звідки} \quad T = \frac{H}{\cos\alpha}. \tag{1.10}$$

З виразу (1.10) випливає, що у найнижчій точці нитки натяг $T = H$, і при наближенні до точок підвісу сила натягу T зростає. Найбільшого значення сила T набуває у точках підвісу. При малому провисанні нитки кут нахилу дотичної до кривої провисання буде незначним. В цьому випадку з достатньою для практики точністю можна вважати, що зусилля у нитці є сталим і дорівнює натягу H. Зазвичай на цю величину натягу і виконується розрахунок. Якщо кут нахилу дотичної до кривої провисання нитки в точках підвісу значний, то обчислюють максимальну силу натягу в точках підвісу $T_{\max}$, яка є рівнодійною горизонтальної складової в місці підвісу $H = \frac{ql^2}{8f}$ і вертикальної G. Для симетричної нитки величина $G = \frac{ql}{2}$. Таким чином, розрахункове значення сили натягу дорівнює:

$$T_{\max} = \sqrt{H^2 + G^2} = \sqrt{\left(\frac{ql^2}{8f}\right)^2 + \left(\frac{ql}{2}\right)^2} = \frac{ql^2}{8f}\sqrt{1 + 16\frac{f^2}{l^2}} = H\sqrt{1 + 16\frac{f^2}{l^2}}. \tag{1.11}$$

Умова міцності для гнучкої нитки набуває вигляду:

$$\sigma_{\max} = \frac{T_{\max}}{A} = \frac{H}{A}\sqrt{1 + 16\frac{f^2}{l^2}} \le [\sigma]. \tag{1.12}$$

При малому провисанні нитки, коли $f \ll l$, впливом другого члена під коренем можна нехтувати. І тоді умова міцності має вигляд:

$$\sigma_{\max} = \frac{H}{A} = \frac{ql^2}{8fA} \le [\sigma]. \tag{1.13}$$

При заданих значеннях l, q, A, і $[\sigma]$ для випадку, коли до навантаження залучена лише власна вага ($q = \gamma \cdot A$), стріла провисання дорівнює:

$$f = \frac{\gamma \cdot A \cdot l^2}{8A[\sigma]} = \frac{\gamma \cdot l^2}{8[\sigma]} \le [\sigma]. \tag{1.14}$$

З виразу (1.14) випливає, що стріла провисання не залежить від площі поперечного перерізу нитки.

Випадок №2. Точки підвісу нитки перебувають у різних рівнях.

Підставляючи у вираз (1.3) значення $x = -a$ і $x = b$, знаходимо:

$$f_1 = \frac{qa^2}{2H}; \quad f_2 = \frac{qb^2}{2H}. \tag{1.15}$$

З другого виразу знаходимо величину натягу нитки:

$$H = \frac{qb^2}{2f_2}. \tag{1.16}$$

Розділивши f_1 на f_2 у виразі (1.15), отримуємо:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{a^2}{b^2}, \quad \text{звідки} \quad a = \pm b\sqrt{\frac{f_1}{f_2}}.$$

Зважаючи на те, що, $b + a = l$, маємо:

$$b \pm b\sqrt{\frac{f_1}{f_2}} = l \quad \text{або} \quad b = \frac{l}{1 \pm \sqrt{\frac{f_1}{f_2}}}.$$

Підставляючи знайдений вираз для b у формулу (1.5), знаходимо величину натягу нитки:

$$H = \frac{ql^2}{2\left(\sqrt{f_2} \pm \sqrt{f_1}\right)^2}. \tag{1.17}$$

Досліджуючи вираз (1.17), дістаємо висновку, що сила натягу нитки може набувати меншого значення (якщо в знаменнику стоїть знак «+») і більшого значення (якщо в знаменнику стоїть знак «–»). На рис.1.3 наведені три форми провисання нитки.

Дві з них основні: перша і друга. Перша форма провисання відповідає меншому значенню сили натягу H (вершина параболи розташовується у точці O_1). Друга форма відповідає більшій силі H (вершина параболи розташовується у точці O_2). Третя (проміжна між двома основними) форма провисання відповідає умові $f_1 = 0$. В цьому випадку початок координат O_3 співпадає з точкою підвісу A. Вигляд форми провисання залежить від співвідношення між довжиною нитки по кривій провисання AOB (Рис.1.1) і довжиною хорди AB.

Визначимо при відомому натягу H значення відстаней a і b і стріл провисання f_1 і f_2. Різниця рівнів підвісу дорівнює (Рис.1.1) і (Рис.1.3):

$$h = f_2 - f_1.$$

Підставимо в цей вираз значення f_1 и f_2 з виразу (1.15) і перетворимо його, маючи на увазі, що $a + b = l$:

$$h=\frac{qb^2}{2H}-\frac{qa^2}{2H}=\frac{q}{2H}\left(b^2-a^2\right)=\frac{q}{2H}(b+a)(b-a)=\frac{ql}{2H}(b-a),$$

звідки:

$$b-a=\frac{2Hh}{ql}.$$

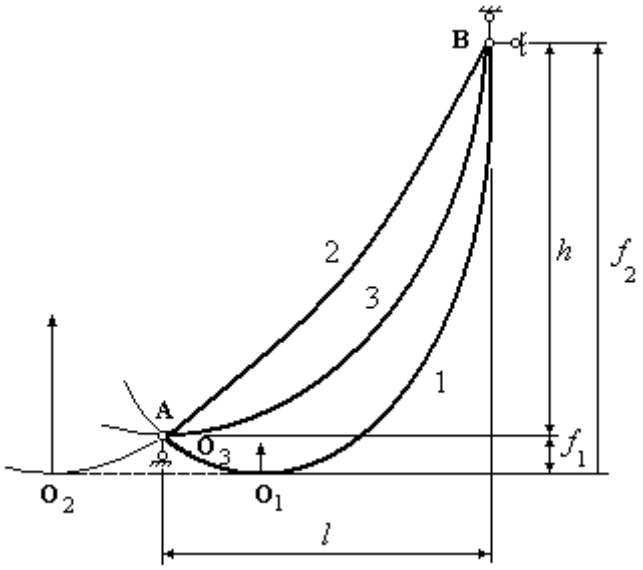

Рис. 1.3

Враховуючи, що $a+b=l$, маємо:

$$a=\frac{l}{2}-\frac{Hh}{ql} \quad \text{і} \quad b=\frac{l}{2}+\frac{Hh}{ql}. \tag{1.18}$$

При $a>0$ матиме місце перша форма провисання (Рис.1.3); при $a<0$ — друга форма провисання; при $a=0$ — третя форма.

Підставляючи значення a і b з виразу (1.18) у формули (1.15), отримуємо значення для стріл провисання:

$$f_1=\frac{ql^2}{8H}+\frac{Hh^2}{2ql^2}-\frac{h}{2}; \qquad f_2=\frac{ql^2}{8H}+\frac{Hh^2}{2ql^2}+\frac{h}{2}.$$

Розглянемо симетричну гнучку нитку, що перекриває проліт l, якщо після підвішування її при температурі t_1 і інтенсивності рівномірно розподіленого навантаження q_1 (стан 1) температура нитки підвищилася до t_2, а інтенсивність навантаження збільшилася до q_2 (стан 2). Натяг H_1 і стріла провисання f_1 відомі.

Введемо дві гіпотези: деформація нитки мала у порівнянні з її довжиною, довжина нитки дорівнює її прольоту, а натяг сталий і дорівнює H. Як наголошувалося вище, прийняті гіпотези дають незначну похибку при пологих нитках.

Подовження нитки при прийнятих гіпотезах знайдемо, скориставшись формулою:

$$\Delta s_1 = \alpha(t_2 - t_1)\cdot l, \tag{1.19}$$

де α — коефіцієнт лінійного температурного розширення матеріалу нитки.

Як випливає з виразу (1.19), при підвищенні температури довжина нитки збільшується, збільшується її стріла провисання і відповідно до виразу (1.5) зменшується величина її натягу. З іншого боку, через збільшення величини інтенсивності навантаження, натяг нитки збільшується. Тоді подовження нитки, викликане збільшенням натягу, дорівнюватиме відповідно до закону Гука:

$$\Delta s_2 = \frac{(H_2 - H_1)\cdot l}{EA}, \tag{1.20}$$

де $H_2 > H_1$.

При $H_2 < H_1$ величина Δs_2 буде від'ємною. При зниженні температури від'ємною буде величина Δs_1.

Таким чином, довжина нитки у другому стані дорівнюватиме:

$$s_2 = s_1 + \Delta s_1 + \Delta s_2. \tag{1.21}$$

Змінюється і стріла провисання нитки: замість f_1 стріла провисання стає рівною f_2. Скористаємося формулою (1.9) і виразимо довжину нитки в другому і першому станах через стріли провисання нитки f_2 і f_1, деформації Δs_1 і Δs_2 опишемо виразами (1.19) і (1.20) і підставимо у формулу (1.21).

Отримаємо:

$$l\cdot\left(1+\frac{8f_2^2}{3l^2}\right) = l\cdot\left(1+\frac{8f_1^2}{3l^2}\right) + \alpha(t_2 - t_1)\cdot l + \frac{(H_2 - H_1)\cdot l}{EA}. \tag{1.22}$$

Замінимо у рівнянні (1.22) f_2 і f_1 їх значеннями за допомогою формул:

$$f_2 = \frac{q_2 l^2}{8H_2} \quad \text{і} \quad f_1 = \frac{q_1 l^2}{8H_1}.$$

Підставляючи вирази для f_2 і f_1 у рівняння (1.22), перепишемо його після деяких перетворень у вигляді:

$$H_2^3 + \left[\frac{EAq_1^2 l^2}{24H_1^2} + EA\alpha(t_2 - t_1) - H_1\right]\cdot H_2^2 - \frac{EAq_2^2 l^2}{24} = 0. \tag{1.23}$$

Вирішуючи рівняння (1.23), знаходимо величину натягу H_2, а потім за формулою (1.4) стрілу провисання f_2.

В окремому випадку, якщо при переході від першого стану до другого стану навантаження не змінюється у рівнянні (1.23), інтенсивність q_2 замінюється на q_1. Якщо при переході від першого стану до другого стану не змінюється температура, а змінюється лише навантаження, у рівнянні (1.23) середній член в квадратних дужках дорівнює нулю. Рівняння (1.23) придатне і при зниженні температури і зменшенні навантаження.

Як наголошувалося вище, описана методика розрахунку непридатна для тих випадків, коли стріла провисання не є малою у порівнянні з величиною прольоту. В цьому випадку дійсна крива провисання нитки, ланцюгова лінія, істотно відрізняється від параболи і гіпотеза про рівномірний розподіл навантаження уздовж прольоту нитки, а не за її довжиною, як це має місце насправді, не працює [1].

1.2. Задача №1. Розрахунок гнучких ниток

1.2.1. Варіанти завдань

Варіант №1

Гнучка нитка з точками підвісу в одному рівні виготовлена з матеріалу з питомою вагою $\gamma = 100$ кН/м^3 і допустимим напруженням $[\sigma] = 80$ МПа. Потрібно визначити граничні значення прольотів при $\frac{f}{l} = \frac{1}{100}$ і $\frac{f}{l} = \frac{1}{10}$. Збільшенням напружень в опорах нехтувати.

Найменування рівнів розв’язку задачі:

1. Визначити інтенсивність навантаження q у загальному вигляді через площу поперечного перерізу A.
2. Визначити величину натягу у нитці в загальному вигляді через площу поперечного перерізу A і довжину нитки l при $\frac{f}{l} = \frac{1}{100}$.
3. Визначити з умови міцності граничне значення прольоту l при $\frac{f}{l} = \frac{1}{100}$.
4. Визначити величину натягу у нитці в загальному вигляді через площу поперечного перерізу A і довжину нитки l при $\frac{f}{l} = \frac{1}{100}$.
5. Визначити з умови міцності граничне значення прольоту l при $\frac{f}{l} = \frac{1}{10}$.

Варіант №2

Висячий міст підтримується двома сталевими ланцюгами. Проліт ланцюгів дорівнює $l = 100$ м, а стріла провисання $f = 8$ м. Власна вага конструкції мосту разом з тимчасовим (корисним) навантаженням складає $q = 50$ кН/м. Допустиме напруження в ланцюгах складає $[\sigma] = 500$ МПа. Визначити необхідну площу поперечного перерізу кожного ланцюга.

Найменування рівнів розв’язку задачі:

1. Визначити інтенсивність навантаження q_1, що приходиться на один ланцюг.
2. Визначити зусилля H, що виникає в ланцюзі.
3. Визначити зусилля в місці підвісу T .
4. Визначити з умови міцності площу поперечного перерізу ланцюга A.

Варіант №3

Повне навантаження на ланцюг наведеного на рисунку до варіанту №3 висячого мосту рівномірно розподілене уздовж прольоту і дорівнює $q = 70$ кН/м. Допустиме напруження у відтяжках АВ і ВС дорівнює $[\sigma] = 400$ МПа. Визначити необхідну площу поперечного перерізу відтяжок A з умови їх міцності.

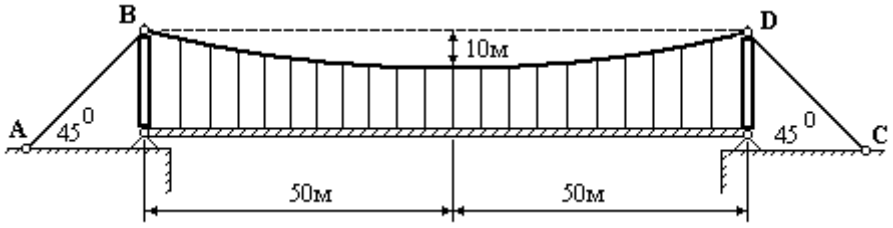

Рисунок до варіанту №3

Найменування рівнів розв’язку задачі:

1. Визначити величину натягу H в ланцюзі прольотної будови мосту.
2. Визначити величину натягу T у відтяжці.
3. Визначити зусилля в місці підвісу T.
4. Визначити площі поперечного перерізу A відтяжок АВ і ВС.

Варіант №4

Сталевий дріт круглого перерізу площею $A = 0{,}75\,\text{см}^2$, прольотом $l = 90$ м перекинутий через блок В і натягнутий вантажем $Q = 5{,}5$ кН (Рисунок до варіанту №4). Визначити стрілу провисання у двох випадках: 1) дріт навантажений лише власною вагою; 2) на дроті між точками А і В намерзнув шар льоду завтовшки 0,9см. Питома вага льоду дорівнює $\gamma_л = 9\,\text{кН/м}^3$. Тертям в блоці нехтувати.

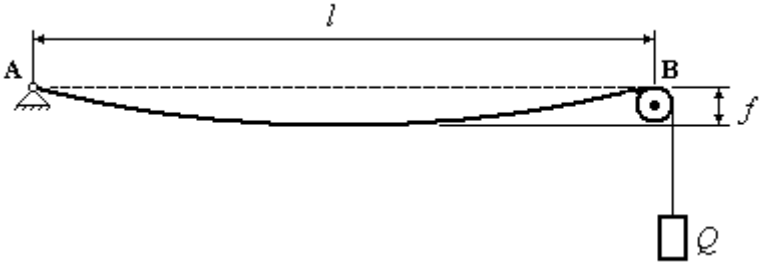

Рисунок до варіанту №4

Найменування рівнів розв’язку задачі:

1. Визначити інтенсивність навантаження q_C у дроті від власної ваги.
2. Визначити стрілу провисання дроту f_C від дії лише її власної ваги.
3. Визначити площу поперечного перерізу льоду $A_Л$, що намерзнув, інтенсивність додаткового навантаження від обмерзання $q_Л$ і сумарну інтенсивність навантаження на дріт $q_{СЛ}$.
4. Визначити стрілу провисання дроту $f_{СЛ}$ від дії її власної ваги і ваги льоду, що намерзнув.

Варіант №5

Горизонтальна відстань між опорами дроту з перерізом $A = 0{,}9\,\text{см}^2$ дорівнює $l = 42\,\text{м}$ (Рисунок до варіанту №5). Ліва опора нижче за праву на $h = 0{,}4\,\text{м}$, і найнижча точка дроту розташована на відстані $f_1 = 1{,}1\,\text{м}$ нижче за ліву опору. Визначити горизонтальну відстань a від лівої опори до найнижчої точки дроту і натяг в цій точці, якщо питома вага дроту дорівнює $\gamma = 78\,\text{кН/м}^3$.

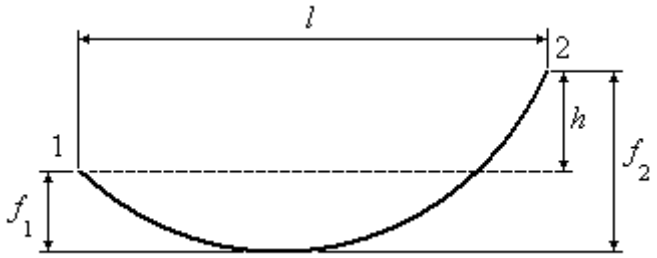

Рисунок до варіанту №5

Найменування рівнів розв’язку задачі:

1. Визначити інтенсивність розподіленого навантаження q на дріт.
2. Визначити провисання дроту по відношенню до вершини правої опори f_2.
3. Визначити зусилля в дроті H.
4. Визначити відстань a від лівої опори до найнижчої точки провисання дроту.

Варіант №6

Визначити натяг в нижньому перерізі тросу, що підтримує дріт електричної мережі (Рисунок до варіанту №6), при ухилі $i = 35\,{}^0/_{00}$, прольоті $l = 80\,\text{м}$ і навантаженні на трос $q = 14\,\text{Н/м}$. Відстань по вертикалі від вершини більш високо розташованої опори до найнижчої точки провисання тросу дорівнює $f = 3{,}5\,\text{м}$.