

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КОНОТОПСЬКИЙ ІНСТИТУТ
СУМСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ

М. П. Матвієнко

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

XXI століття

Підручник

Видання 2-ге перероблене і доповнене



Київ-2017

УДК 32.973
ББК 004.38
М 33

Копіювання, сканування, запис на електронні носії і тому подібне будь-якої частини підручника без дозволу видавництва заборонено

Рецензенти:

В. М. Михайленко — завідувач кафедри математичних дисциплін Європейського університету, доктор технічних наук, професор;

П. П. Кулябко — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичної інформатики факультету кібернетики Київського національного університету ім. Тараса Шевченка;

С. П. Шаповалов — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних наук Сумського державного університету.

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки,
молоді та спорту України
(лист № 1/11-12995 від 08.08.2012 р.),
Вченою радою Сумського державного університету
як підручник для студентів вищих навчальних закладів
(протокол №4 від 10 грудня 2015 р.)*

Матвієнко М. П.

М 33 Дискретна математика. Підручник. Вид. 2-ге перероб. і доп. – Київ : Видавництво Ліра-К, 2017. – 324 с.

ISBN 978–966–2609–32–5

У підручнику у логічній послідовності викладено основні поняття дискретної математики згідно галузевого стандарту вищої освіти України з комп'ютерних і других наук.

Теоретичний матеріал книги проілюстровано значною кількістю вправ і задач для набуття читачем практичного досвіду.

За змістом та обсягом підручник відповідає навчальним планам дисципліни «Дискретна математика» для студентів різних спеціальностей вищих навчальних закладів, які вивчають дану дисципліну, аспірантів і спеціалістів, які застосовують відповідні математичні й комп'ютерні методи, а також окремі розділи підручника можуть бути використані відповідними технічними навчальними закладами і коледжами.

**ББК 32.973
УДК 004.38**

ISBN 978–966–2609–32–5

© Матвієнко М. П., 2017

© Видавництво Ліра-К, 2017



ЗМІСТ

Передмова	8
Розділ 1. ТЕОРІЯ МНОЖИН	10
1.1. Поняття множини	10
1.2. Способи задання множин	12
1.3. Операції над множинами	13
1.4. Алгебра множин	17
Контрольні запитання	19
Задачі для самостійного розв'язування	20
Коментарі	21
Розділ 2. ТЕОРІЯ ВІДНОШЕНЬ	22
2.1. Основні визначення	22
2.2. Бінарні відношення	23
2.3. Способи задання бінарних відношень	24
2.4. Операції над бінарними відношеннями	27
2.5. Властивості бінарних відношень	28
2.6. Композиція бінарних відношень	31
2.7. Функціональні відношення	33
Контрольні запитання	36
Задачі для самостійного розв'язування	37
Коментарі	39
Розділ 3. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ	40
3.1. Найбільший спільний дільник	40
3.2. Найменше спільне кратне	42
3.3. Непереривні дроби	43
3.4. Загальні визначення порівняння чисел	48
3.5. Порівняння чисел і його властивості	48
3.6. Повна й приведена система вирахувань	51

3.7. Теореми Ейлера і Ферма	53
3.8. Порівняння з одним невідомим	54
Контрольні запитання	58
Задачі для самостійного розв'язування	58
Коментарі	59
Розділ 4. КОМБІНАТОРИКА	60
4.1. Основні правила комбінаторики	60
4.2. Перестановки й розміщення без повторень	61
4.3. Розміщення і перестановки з повтореннями	62
4.4. Сполучення	64
4.5. Метод включення-виключення	66
4.6. Метод рекурентних співвідношень	68
Контрольні запитання	69
Задачі для самостійного розв'язування	69
Коментарі	70
Розділ 5. АЛГЕБРАЇЧНІ СТРУКТУРИ	71
5.1. Загальні визначення	71
5.2. Найпростіші алгебраїчні структури	75
5.3. Кільця і поля	77
5.4. Решітки	78
Контрольні запитання	81
Задачі для самостійного розв'язування	82
Коментарі	82
Розділ 6. ЛОГІКА БУЛЯ І ЖЕГАЛКІНА	83
6.1. Основні визначення логіки Буля	83
6.2. Способи задання логічних функцій	84
6.3. Елементарні логічні функції	87
6.4. Основні закони алгебри логіки	89
6.5. Властивості логічних функцій	90
6.6. Суперпозиція логічних функцій	93
6.7. Диз'юнктивне розкладання логічних функцій	93
6.8. Кон'юнктивне розкладання логічних функцій	97
6.9. Основні визначення логіки Жегалкіна	101
6.10. Закони алгебри Жегалкіна	101
6.11. Поліном Жегалкіна	102

6.12. Методи побудови полінома Жегалкіна	102
6.13. Дослідження логічних функцій	105
6.14. Мінімізація логічних функцій	112
6.15. Реалізація булевих функцій за допомогою логічних елементів та схем	125
Контрольні запитання	127
Задачі для самостійного розв'язування	128
Коментарі	129
Розділ 7. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА	130
7.1. Основні визначення	130
7.2. Висловлювання і логічні зв'язки	130
7.3. Умовні й еквівалентні висловлювання	133
7.4. Інтерпретація формул логіки висловлювань	135
7.5. Дедуктивні висновки у логіці висловлювань	136
7.6. Побудова доведень у логіці висловлювань	139
7.7. Логіка предикатів і квантори	145
7.8. Формули логіки предикатів і їх рівносильність	150
7.9. Закони й тотожності логіки предикатів	154
7.10. Випереджені нормальні форми	157
7.11. Побудова доведень у логіці предикатів	159
Контрольні запитання	161
Задачі для самостійного розв'язування	162
Коментарі	163
Розділ 8. НЕЧІТКА ЛОГІКА	164
8.1. Основні визначення	164
8.2. Основні характеристики логіки нечітких множин	166
8.3. Методи побудови функцій належності нечітких множин	168
8.4. Операції над нечіткими множинами	170
8.5. Властивості операцій над нечіткими множинами	170
8.6. Поняття нечіткої і лінгвістичної змінної	172
8.7. Нечіткі вислови й нечіткі моделі систем	173
Контрольні запитання	174
Задачі для самостійного розв'язування	175
Коментарі	175

Розділ 9. ТЕОРІЯ ГРАФІВ	176
9.1. Основні терміни й визначення	176
9.2. Способи задання графів	180
9.3. Підграфи й ізоморфізм графів	184
9.4. Маршрути, ланцюги та цикли	187
9.5. Метричні характеристики графів	189
9.6. Вилучення ребра і вершини	190
9.7. Уведення ребра у граф і вершини у ребро	191
9.8. Злиття і розщеплення вершин та стягування ребра	193
9.9. Об'єднання, перетин та добуток графів	194
9.10. Кільцева сума, різниця та доповнення графів	196
9.11. Різновиди графів і їх властивості	198
9.12. Дослідження графів за допомогою матриць	208
Контрольні запитання	214
Задачі для самостійного розв'язування	215
Коментарі	217
Розділ 10. ДЕРЕВА	218
10.1. Визначення і властивості звичайних дерев	218
10.2. Визначення і властивості орієнтованих дерев	221
Контрольні запитання	223
Задачі для самостійного розв'язування	223
Коментарі	224
Розділ 11. МОВИ ТА ГРАМАТИКИ	225
11.1. Формалізація мов.....	225
11.2. Перетворення рядків символів	226
11.3. Задання мов за допомогою граматик.....	227
11.4. Форма Бакуса-Наура	230
11.5. Типи граматик.....	230
11.6. Побудова граматики мови програмування.....	232
Контрольні запитання	235
Задачі для самостійного розв'язування.....	235
Коментарі	236
Розділ 12. ОСНОВИ ТЕОРІЇ АЛГОРИТМІВ	237
12.1. Визначення, властивості та способи задання.....	237

12.2. Алгоритми та обчислювальні функції	240
12.3. Гіпотеза Черча та примітивно рекурсивні функції.....	243
12.4. Складність алгоритмів	245
12.5. Алгоритмічні моделі	249
Контрольні запитання	252
Задачі для самостійного розв'язування	252
Коментарі	253
Розділ 13. ОСНОВИ ТЕОРІЇ КОДУВАННЯ	254
13.1. Алфавітне й рівномірне кодування	254
13.2. Оптимальне кодування	255
13.3. Завадостійке кодування	258
Контрольні запитання	269
Задачі для самостійного розв'язування	269
Коментарі	269
Розділ 14. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ	270
14.1. Основні визначення.....	270
14.2. Методи симетричного захисту інформації.....	271
14.3. Методи асиметричного захисту інформації.....	283
Контрольні запитання	291
Задачі для самостійного розв'язування	292
Коментарі	292
Розділ 15. ОСНОВИ ТЕОРІЇ АВТОМАТІВ	293
15.1. Основні визначення	293
15.2. Автомати Мілі, Мура, С-автомати	295
15.3. Способи задання автоматів	297
15.4. Перетворення автоматів Мура в автомати Мілі	301
15.5. Перетворення автоматів Мілі в автомати Мура	302
15.6. Ізоморфізм автоматів	307
15.7. Еквівалентність автоматів	308
15.8. Мінімізація автоматів	310
15.9. Канонічний метод структурного синтезу автоматів	315
Контрольні запитання	317
Задачі для самостійного розв'язування	318
Коментарі	320
Література	321